

رسم نیمساز یک زاویه

بدون گوشه

چکیده

در یک کارگاه آموزشی، مسئله‌هایی مطرح می‌شوند که نمی‌توان به راحتی از کنارشان عبور کرد. راه‌حل‌های متفاوتی بیان می‌شوند، بحث‌ها و استدلال‌های زیادی صورت می‌گیرد و در آخر، مجموعه‌ای از راه‌حل‌های جالب بر جای می‌ماند. مسئله‌ای که در این مقاله به بحث گذاشته شده، مربوط به زاویه‌ای است که گوشه یا همان رأس زاویه موجود نیست و سعی شده است که با استفاده از وسایل ترسیم و استدلال، نیمساز آن به‌دست آید. در این مقاله، چهار روش برای به‌دست آوردن نیمساز آن مطرح شده است.

کلیدواژه‌ها: کارگاه آموزشی، وسایل ترسیم زاویه، استدلال، نیمساز زاویه

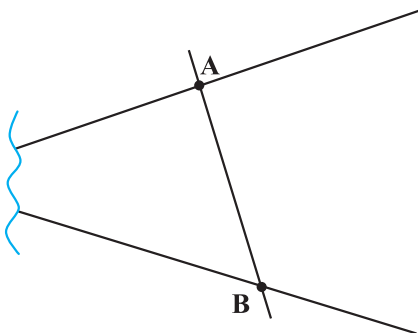
سید جمال بخشایش، رضا منصور، مسعود جوانبخش
سرگروه‌های آموزشی ریاضی دوره متوسطه اول
استان چهارمحال و بختیاری

از راه‌های دیگری به نیمساز زاویه بدون گوشه برسیم، چه باید بکنیم یا چه می‌توانیم بکنیم؟

روش اول:

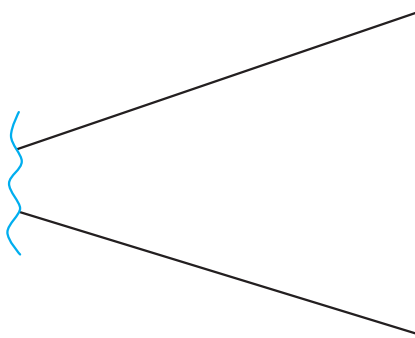
برای پیدا کردن نیمساز زاویه‌ای که گوشه آن را نداریم، می‌توانیم از هم‌رسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث استفاده کنیم. بنابراین، باید با این زاویه یک مثلث درست کنیم. برای این کار، ابتدا یک خط متقاطع دلخواه چنان رسم می‌کنیم تا دو ضلع زاویه را در دو نقطه A و B قطع کند.

شکل ۲



سپس نیمسازهای دو زاویه A و B را رسم کرده و نقطه هم‌رسی آن‌ها را M می‌نامیم.

مسئله: زاویه بدون گوشه‌ای موجود است، نیمساز آن را چگونه می‌توان رسم نمود؟
شکل ۱



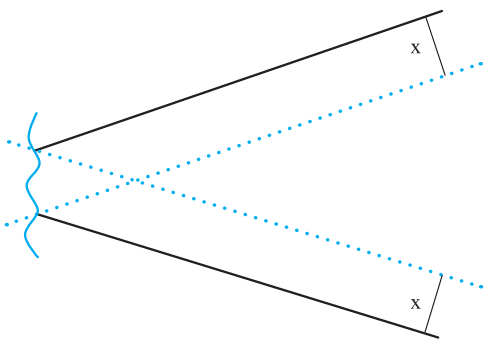
حل مسئله

می‌توانیم اضلاع زاویه را امتداد دهیم و محل برخورد را به‌دست آوریم، سپس نیمساز زاویه به‌دست آمده را رسم کنیم. اما سؤال اینجاست که اگر بخواهیم

روش دوم:

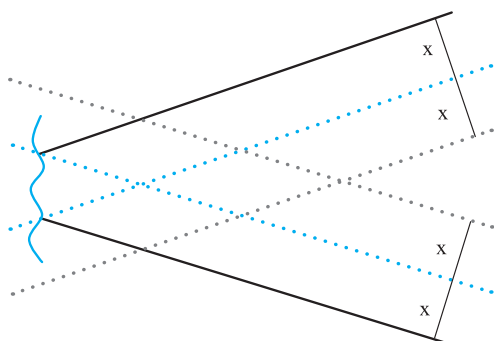
از دو ضلع زاویه بدون گوشه، به یک اندازه مثلاً x ، به درون زاویه رفته و دو خط موازی آن اضلاع، رسم می‌کنیم.

شکل ۶



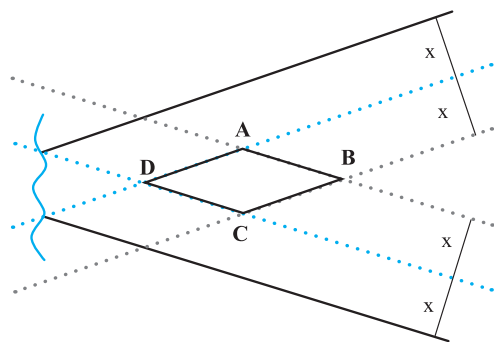
سپس دو خط موازی دیگر نیز به همان فاصله و موازی دو خط رسم شده، رسم می‌کنیم.

شکل ۷

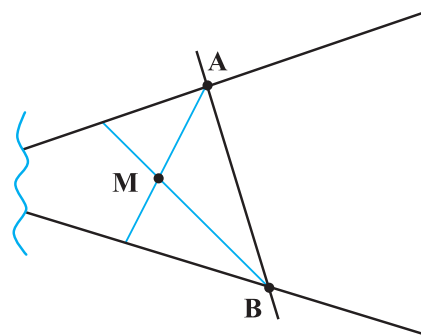


چهارضلعی ایجاد شده از تقاطع این چهار خط موازی را $ABCD$ می‌نامیم.

شکل ۸



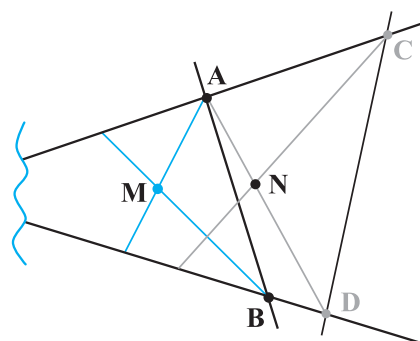
چون چهارضلعی $ABCD$ حاصل تقاطع خطوط موازی است، بنابراین متوازی‌الاضلاع است. ابتدا ثابت



شکل ۳

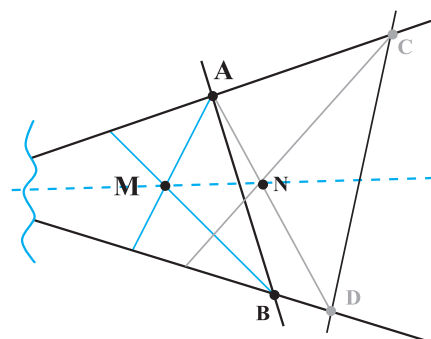
ولی با یک نقطه نمی‌توان نیمساز زاویه بی‌گوشه را پیدا کرد. از آنجایی که همه مثلث‌های ایجاد شده مشابه مثلث بالا که زاویه بدون گوشه در آن‌ها ثابت است، نقطه همرسی نیمسازهایشان روی نیمساز زاویه بدون گوشه قرار خواهد گرفت، پس کافی است که مثلث دیگری با رسم یک خط متقاطع دیگر مانند DC ایجاد کنیم. آن‌گاه نقطه همرسی نیمسازهای داخلی آن را به‌دست آورده و آن را N می‌نامیم.

شکل ۴

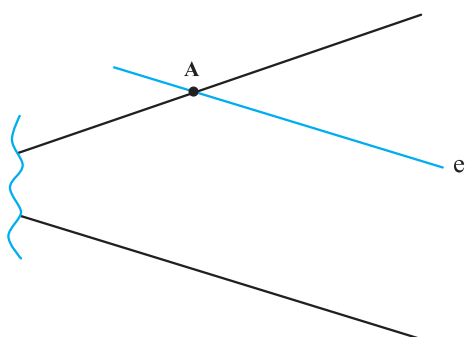


با وصل کردن دو نقطه M و N ، نیمساز زاویه بدون گوشه به‌دست می‌آید.

شکل ۵



شکل ۱۱

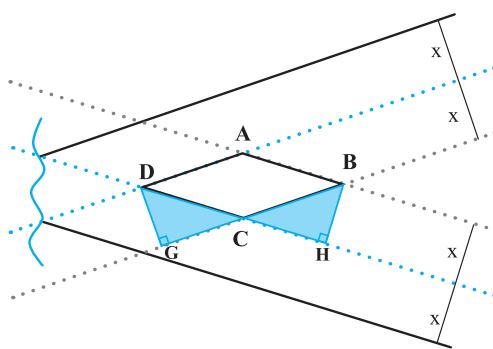
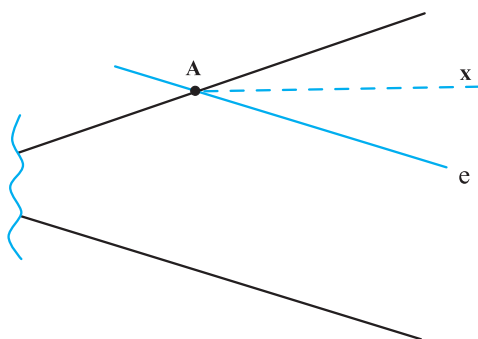


می‌کنیم این چهارضلعی لوزی است. از دو رأس B و D بر خطوط موازی عمود کرده تا دو مثلث قائم‌الزاویه BCH و DCG به دست آید. این دو مثلث به حالت دو زاویه و ضلع بین (ضض) همنهشت هستند (طول عمودها برابر است $DG=BH$ ، زاویه قائمه $\hat{G} = \hat{H}$ و متمم زاویه‌های روبه‌رو در متوازی‌الاضلاع $\hat{GDC} = \hat{HBC}$. در نتیجه $DC=BC$ است، پس چهارضلعی ABCD لوزی است.

شکل ۹

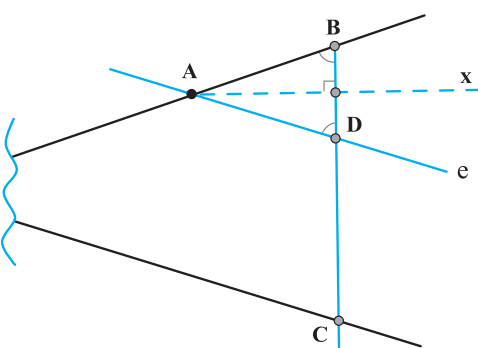
سپس نیمساز زاویه A را رسم می‌کنیم.

شکل ۱۲



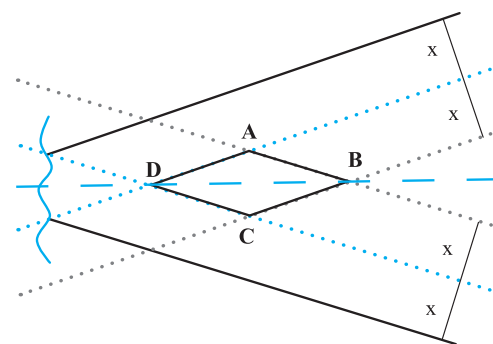
نقطه B را روی ضلع بالایی زاویه بدون گوشه فرض کرده و بر نیمساز Ax، عمود BC را وارد می‌کنیم.

شکل ۱۳



اگر نیمساز زاویه‌های B و D را رسم کنیم، نیمساز زاویه بدون گوشه خواهد بود. در واقع زاویه D، همان انتقال یافته زاویه بدون گوشه روی نیمساز آن است.

شکل ۱۰

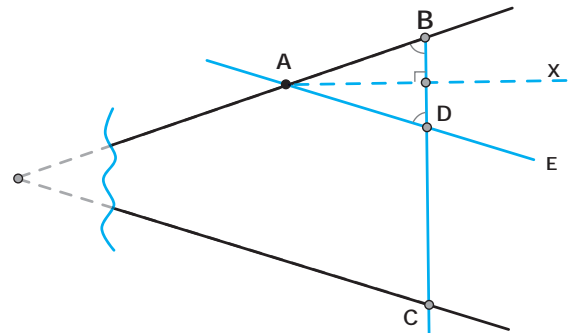


در مثلث ABD، چون Ax نیمساز و عمود وارد بر ضلع BD است، بنابراین مثلث ABD متساوی‌الساقین است. از آنجایی که دو زاویه C و D طبق خطوط موازی و خط مورب مساوی هستند، دو زاویه B و C نیز باهم برابرند. پس مثلث ایجاد شده بین پاره خط BC و دو ضلع زاویه بدون گوشه، متساوی‌الساقین می‌باشد.

روش سوم:

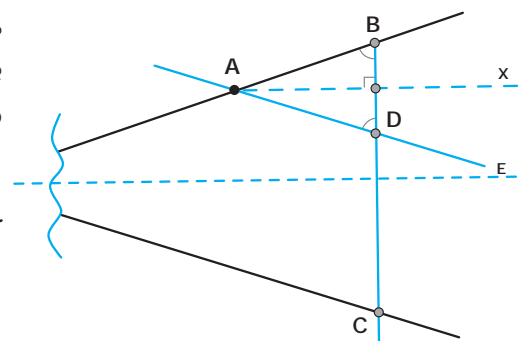
خط e را موازی با یکی از خطوط زاویه چنان رسم می‌کنیم تا خط دیگر را در نقطه A قطع کند. زاویه تشکیل شده طبق خطوط موازی و خط مورب، با زاویه بدون گوشه شده برابر است.

شکل ۱۴



حال اگر عمود منصف پاره خط BC را رسم کنیم، همان نیمساز زاویه بدون گوشه خواهد بود.

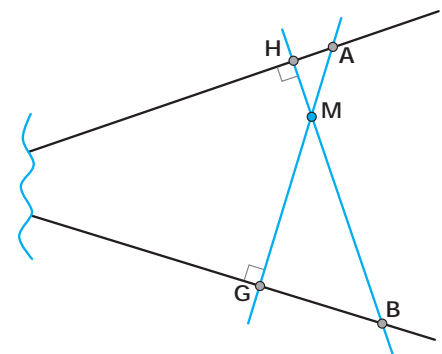
شکل ۱۵



روش چهارم:

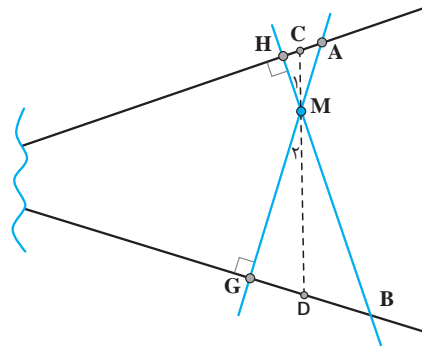
از یک نقطه دلخواه مانند M، دو خط عمود بر اضلاع زاویه رسم می کنیم.

شکل ۱۶



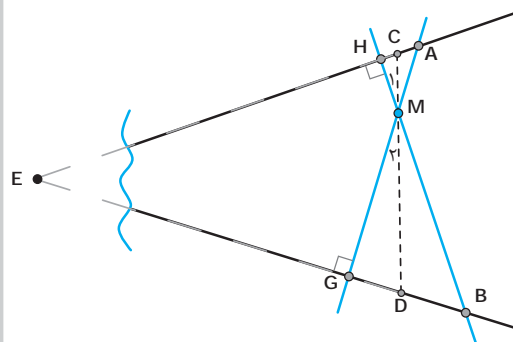
نیمساز زاویه \widehat{HMA} را رسم می کنیم.

شکل ۱۷



دو مثلث MGD و MHC بنا بر برابری زاویه های $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$ و $\widehat{H} = \widehat{G}$ با هم متشابه هستند. پس می توان نتیجه گرفت دو زاویه C و D با هم برابرند. بنابراین، مثلث ایجاد شده از پاره خط CD و دو ضلع زاویه بدون گوشه (CED)، متساوی الساقین است.

شکل ۱۸



یعنی برای رسم نیمساز زاویه بدون گوشه، کافی است عمود منصف پاره خط CD را رسم کنیم.

شکل ۱۹

